

# Влияние плотности соединений на безопасность квантовой сети

*«Любая физическая теория — это своего рода догадка. Тому, как  
делать наилучшие догадки, учит нас теория вероятностей»*

*Ричард Фейнман*

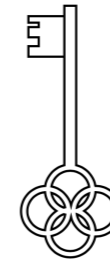
Гайдаш А.А., Мирошниченко Г.П., **Козубов Антон Владимирович**, к.ф.-м.н.,  
Руководитель отдела перспективных исследований ООО «СМАРТС-Кванттелеком»  
Руководитель теоретической группы лаборатории квантовых процессов и измерений,  
Университет ИТМО  
Научный сотрудник отдела математических методов квантовых технологий, Математический  
институт им. В.А. Стеклова Российской Академии Наук

# Доступные криптографические примитивы

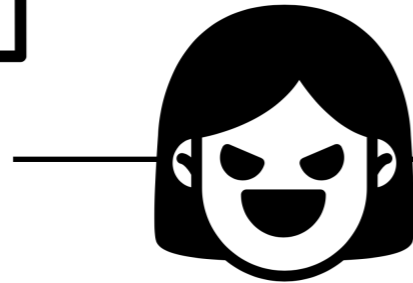
**Дано:**



— открытый классический  
канал



— предраспределенный  
ключ



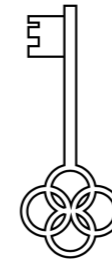
— незащищенный квантовый канал

# Доступные криптографические примитивы

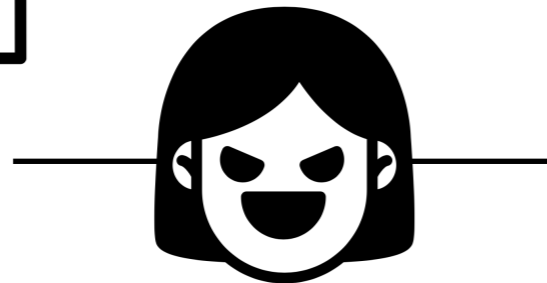
**Дано:**



— открытый классический  
канал

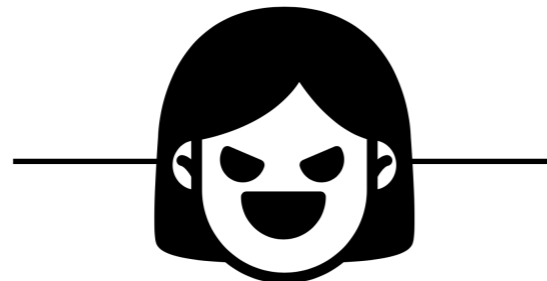


— предраспределенный  
ключ



— незащищенный квантовый канал

**Необходимо:**



— незащищенный квантовый канал



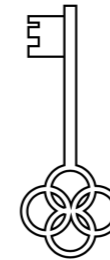
— аутентифицированный  
классический канал

# Доступные криптографические примитивы

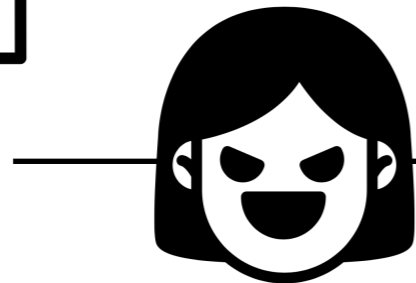
**Дано:**



— открытый классический  
канал

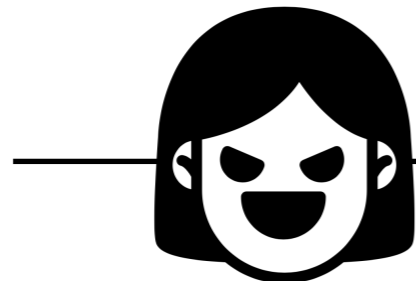


— предраспределенный  
ключ



— незащищенный квантовый канал

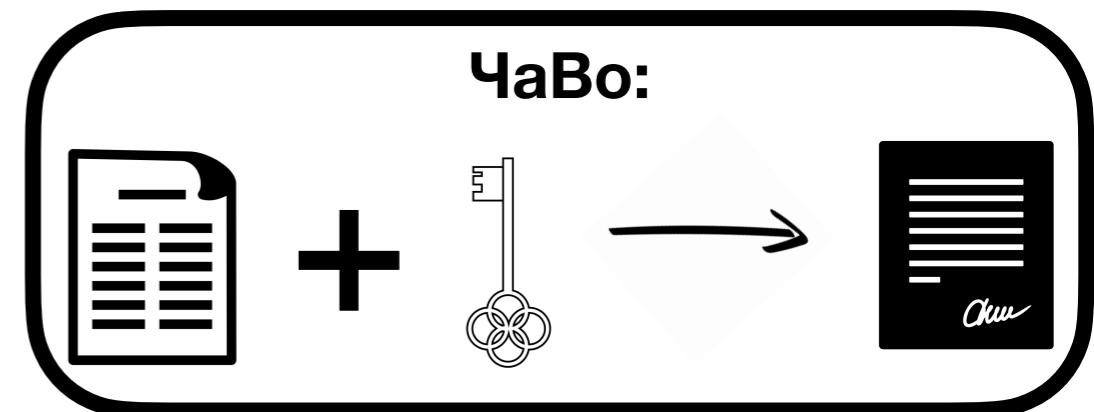
**Необходимо:**



— незащищенный квантовый канал



— аутентифицированный  
классический канал

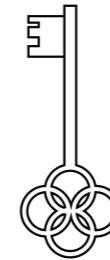


# Доступные криптографические примитивы

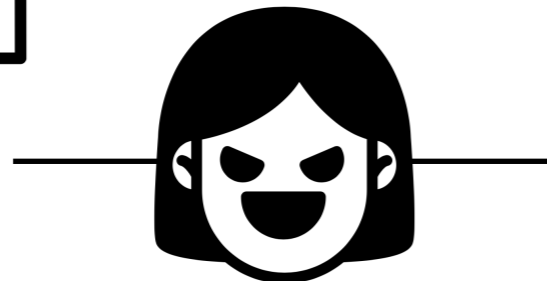
**Дано:**



— открытый классический канал

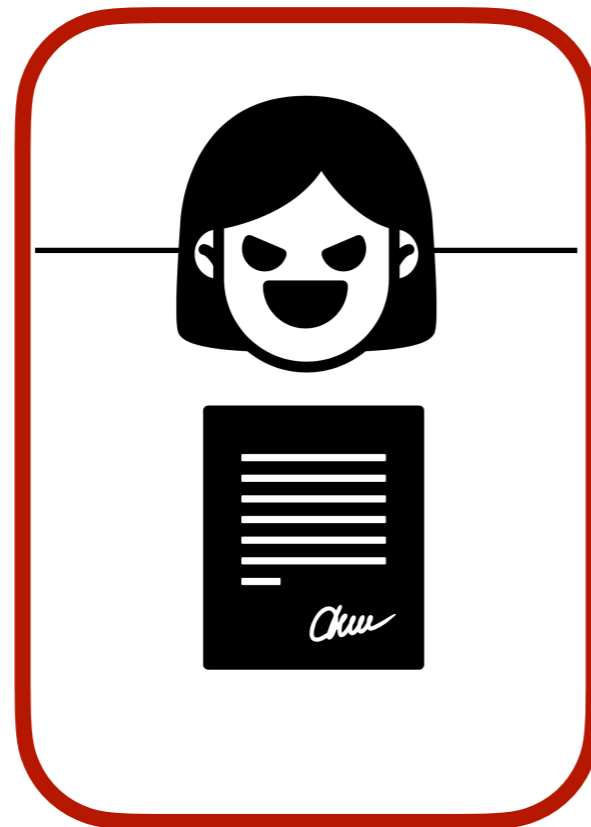


— предраспределенный ключ



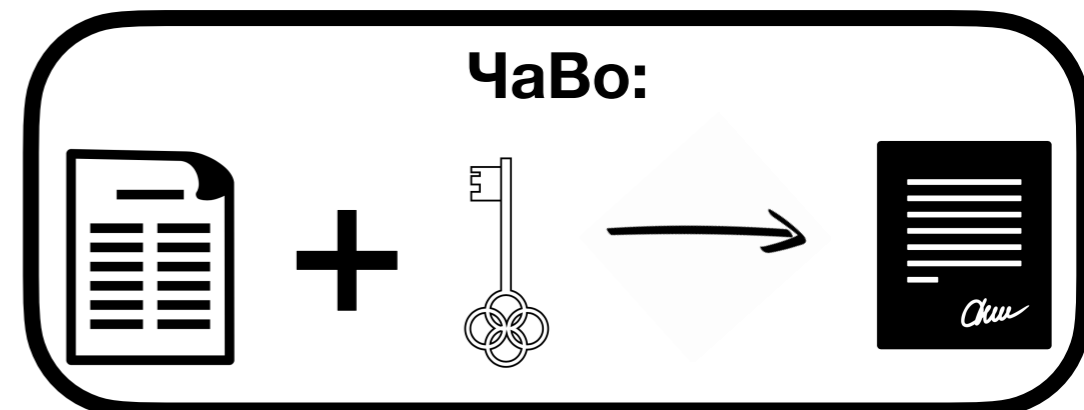
— незащищенный квантовый канал

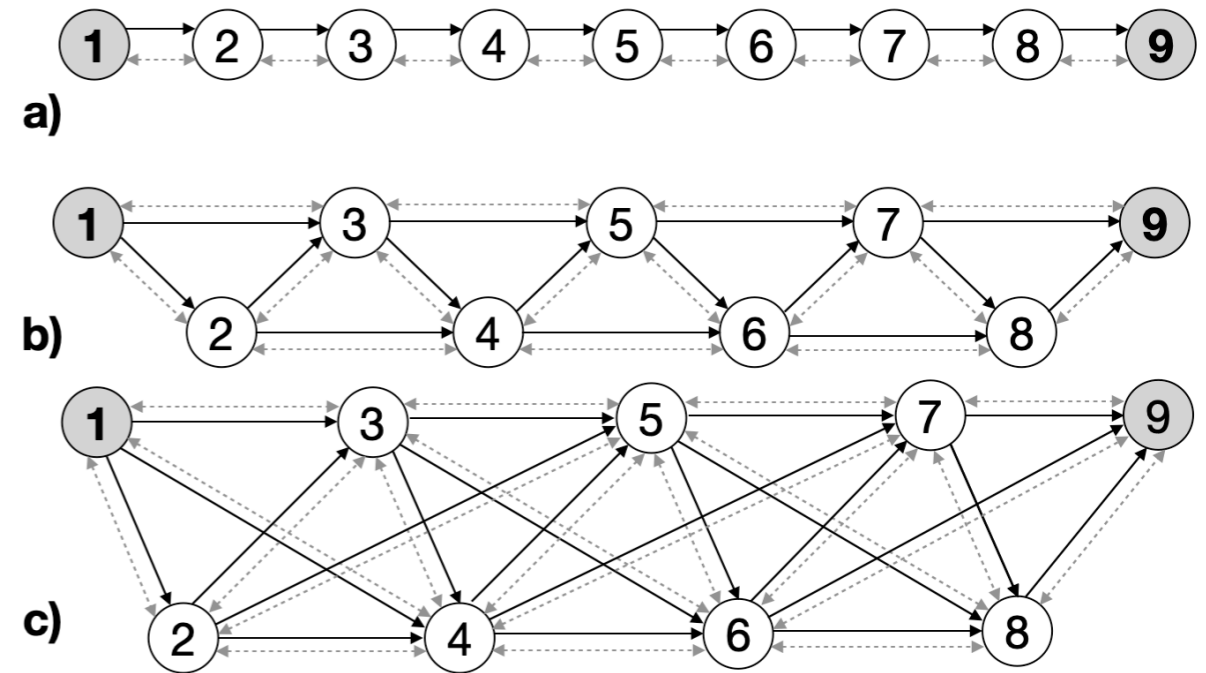
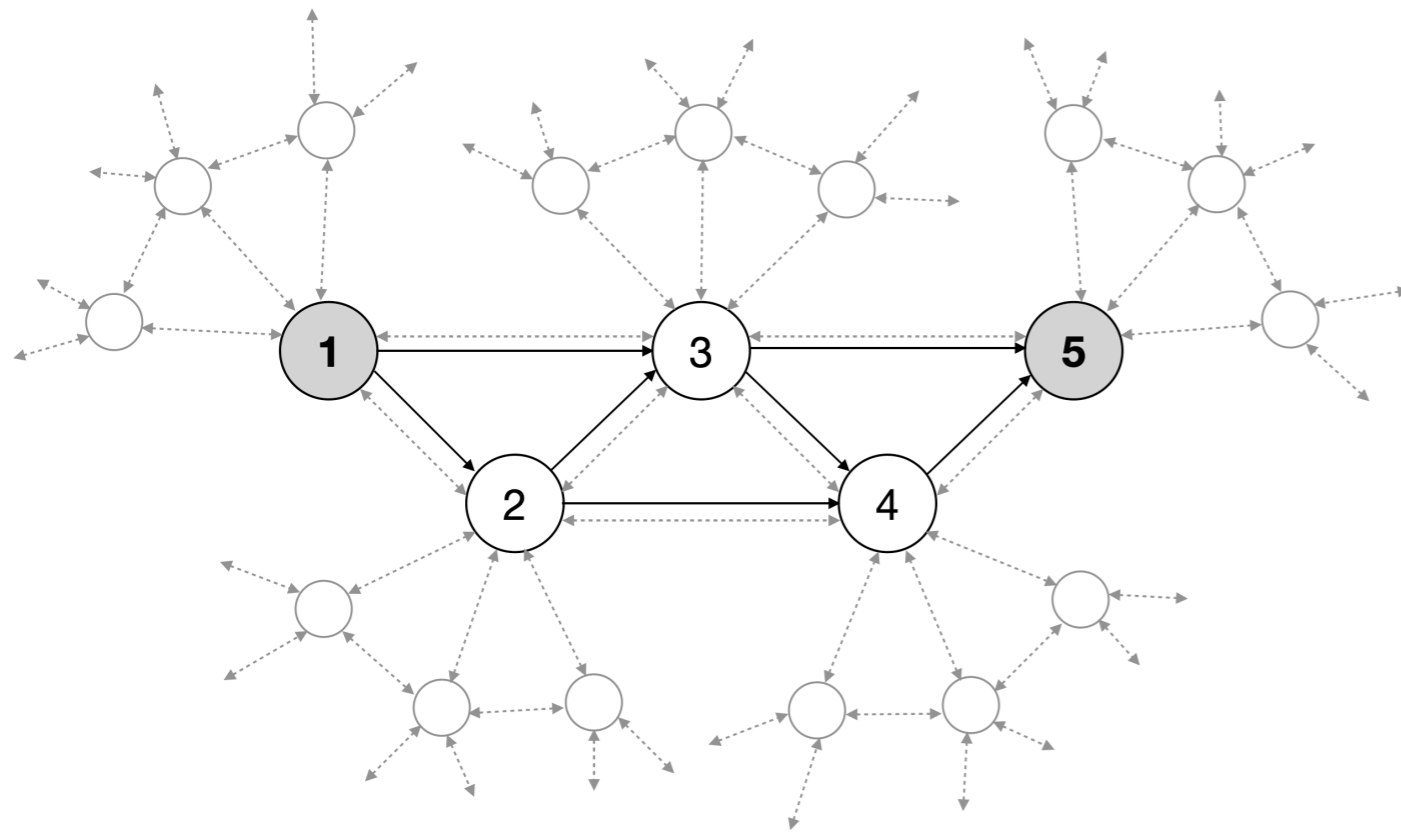
**Необходимо:**



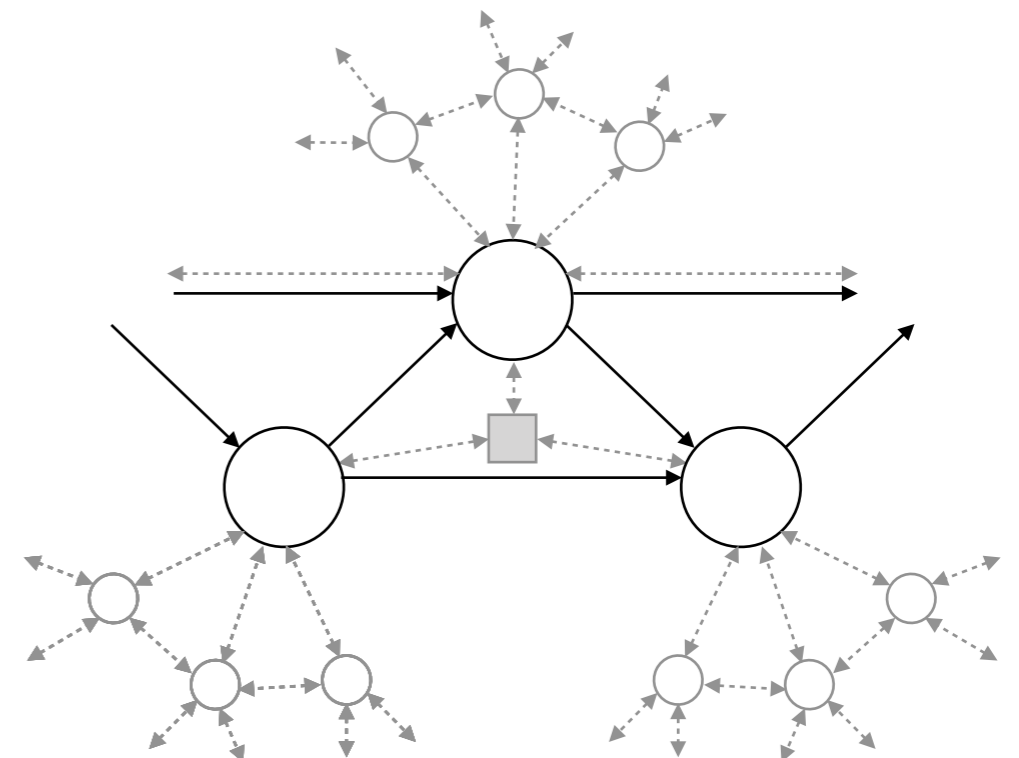
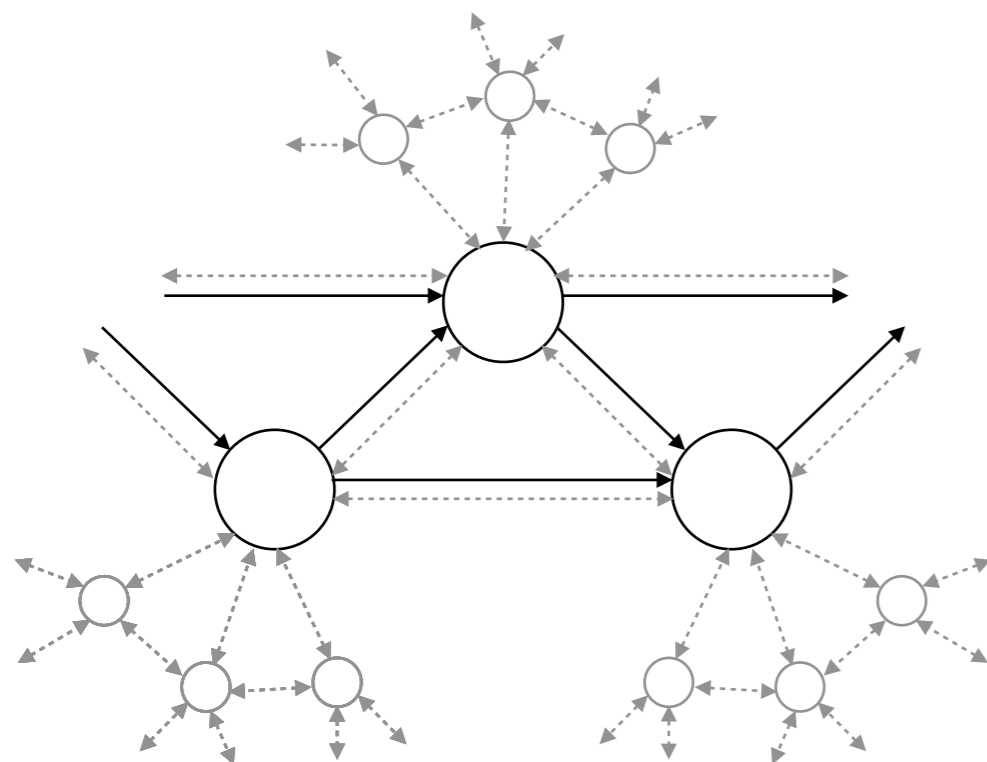
- незащищенный квантовый канал ( $\epsilon_{qkd}$  — вероятность получения нарушителем какой-либо информации о ключе)
- аутентифицированный классический канал ( $\epsilon_{auth}$  — вероятность успешной атаки на протокол аутентификации)

**ЧаВо:**





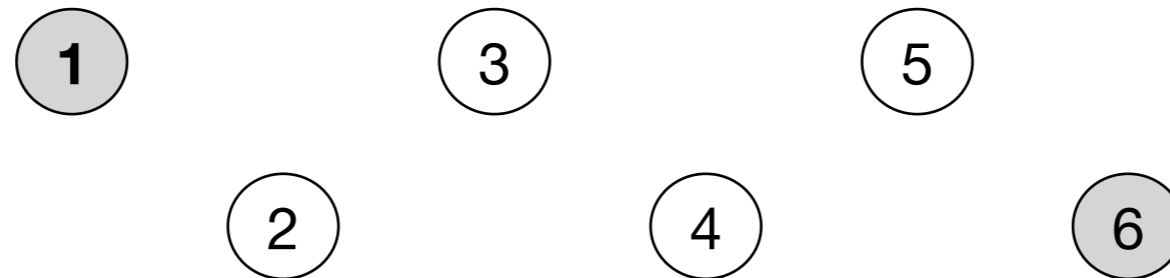
— доверенный узел    
  — КРК соединение    
  — направление КТ



# Используемые приближения

- КРК соединения могут быть любого типа, единственное условие:  $\varepsilon_{qkd}$  — вероятность получения нарушителем какой-либо информации о ключе из КРК соединения между любыми двумя узлами
- Все узлы предполагаются доверенными.  $\varepsilon_{auth}$  — вероятность успешной атаки на протокол аутентификации на любом из узлов
- Расстояние между двумя соседними узлами должно быть меньше предельного. Расстояние между двумя максимально удаленными узлами с прямым соединением (через  $c - 1$ ) следует считать предельным.

## 1. Аутентификация

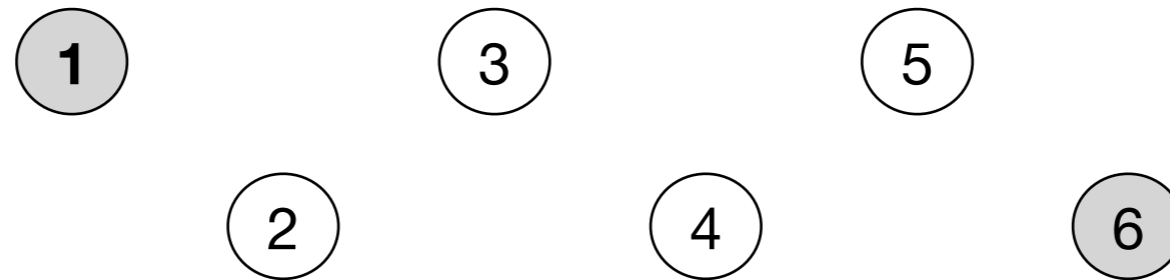


## 2. Квантовое распределение ключей

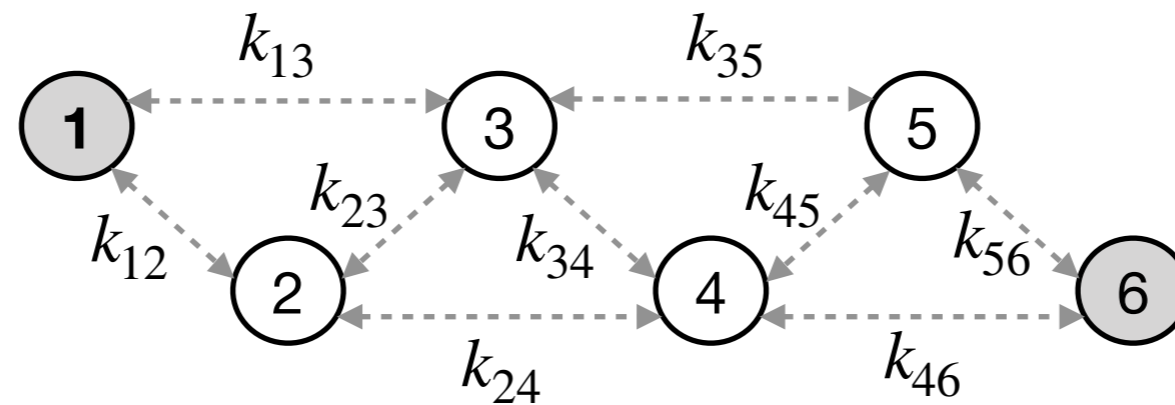
## 3. Ключевой транспорт



## 1. Аутентификация

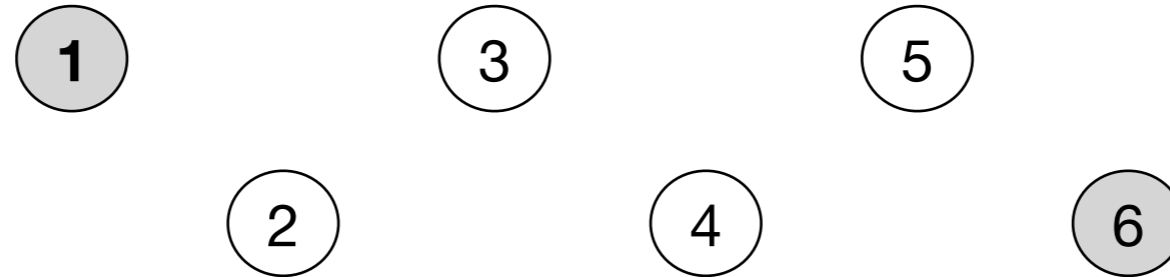


## 2. Квантовое распределение ключей

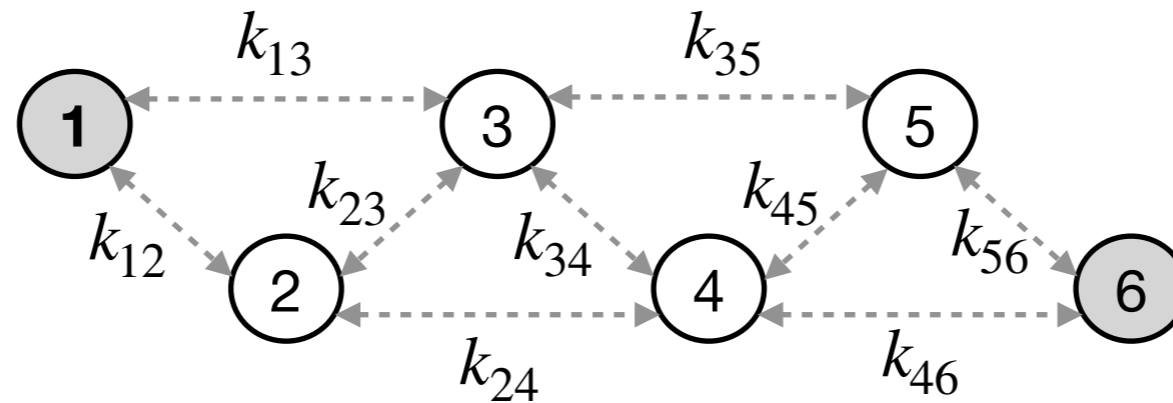


## 3. Ключевой транспорт

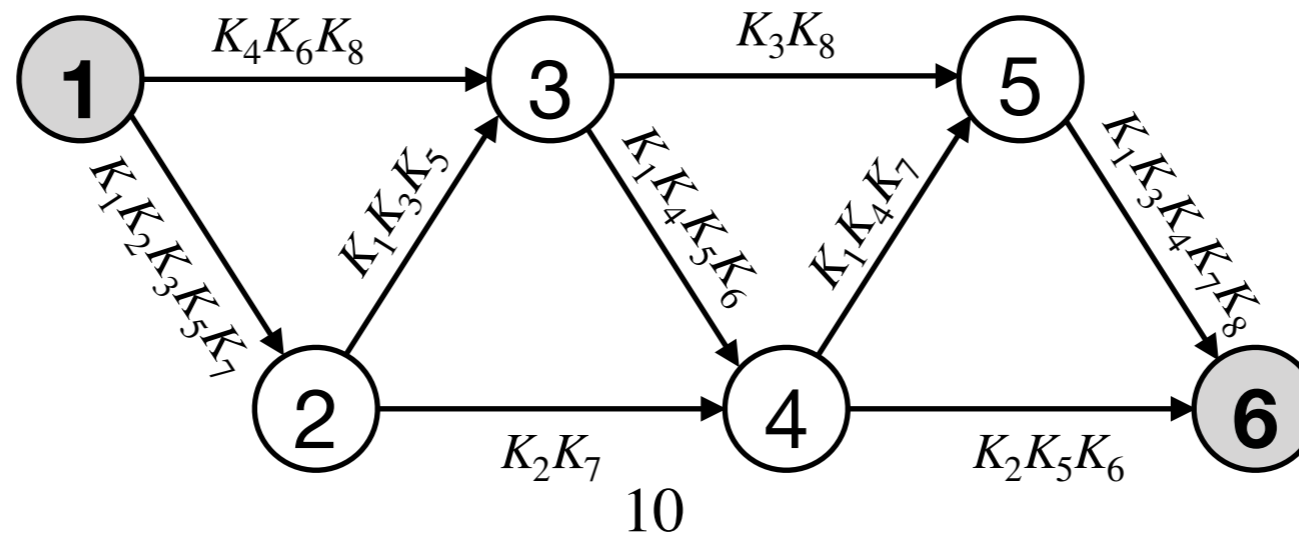
## 1. Аутентификация



## 2. Квантовое распределение ключей

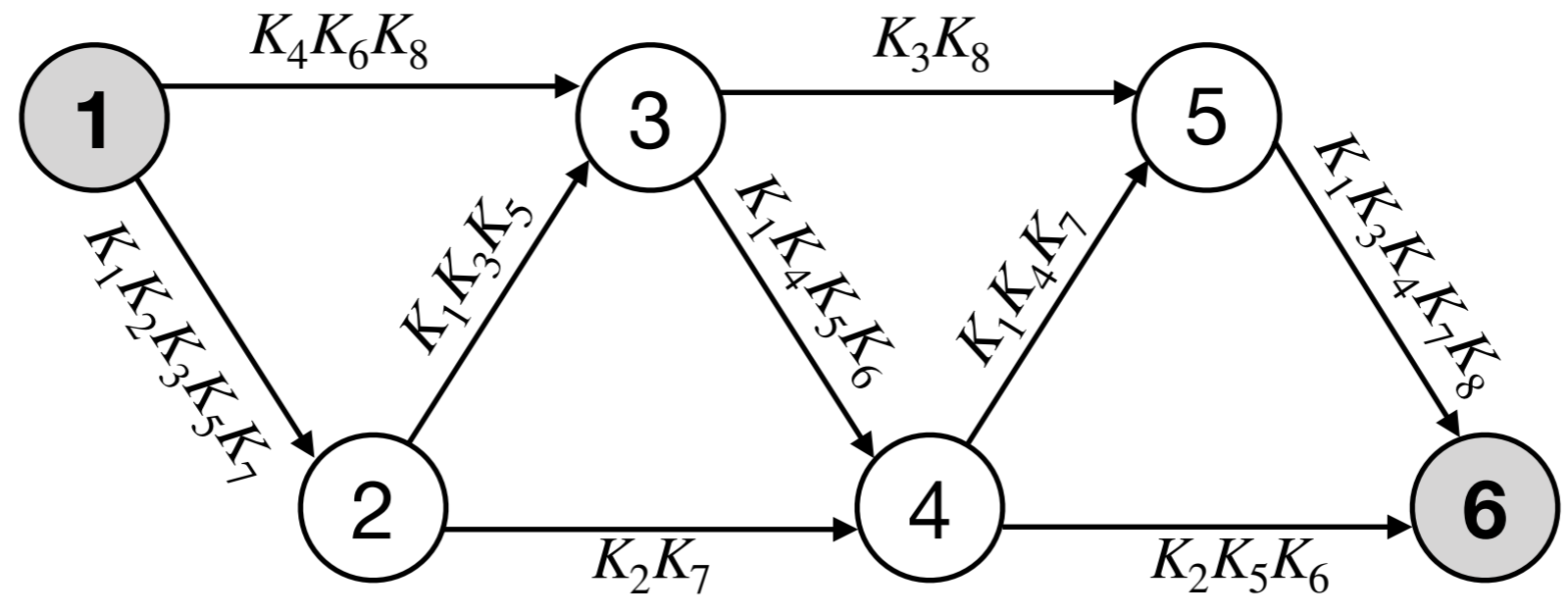


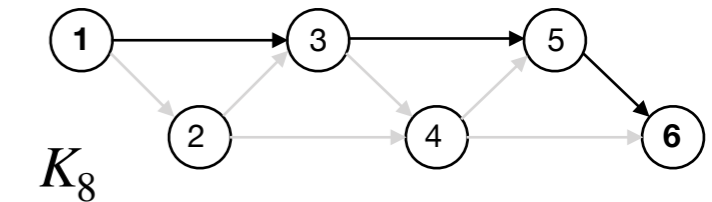
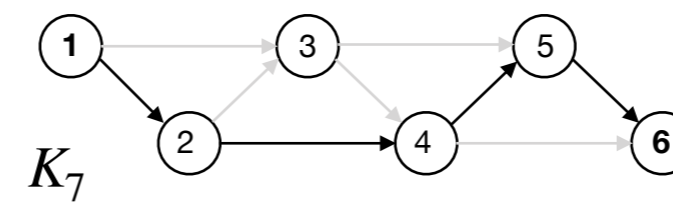
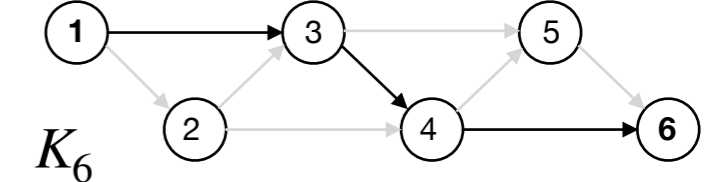
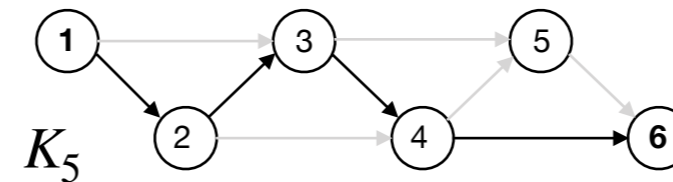
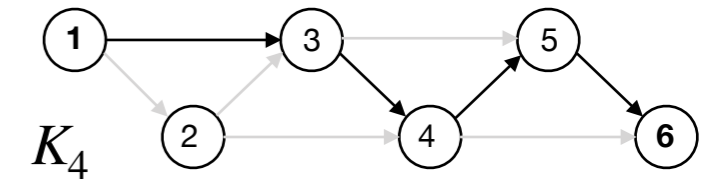
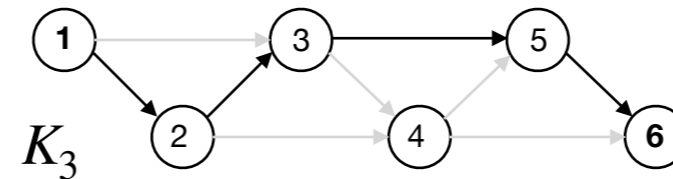
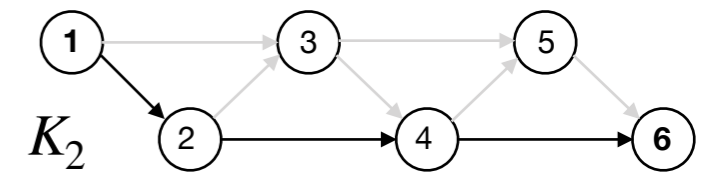
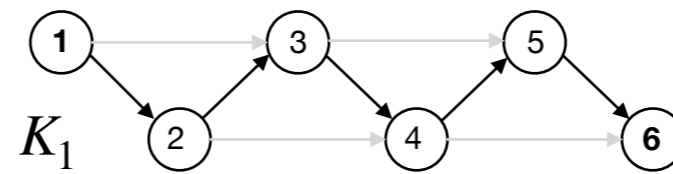
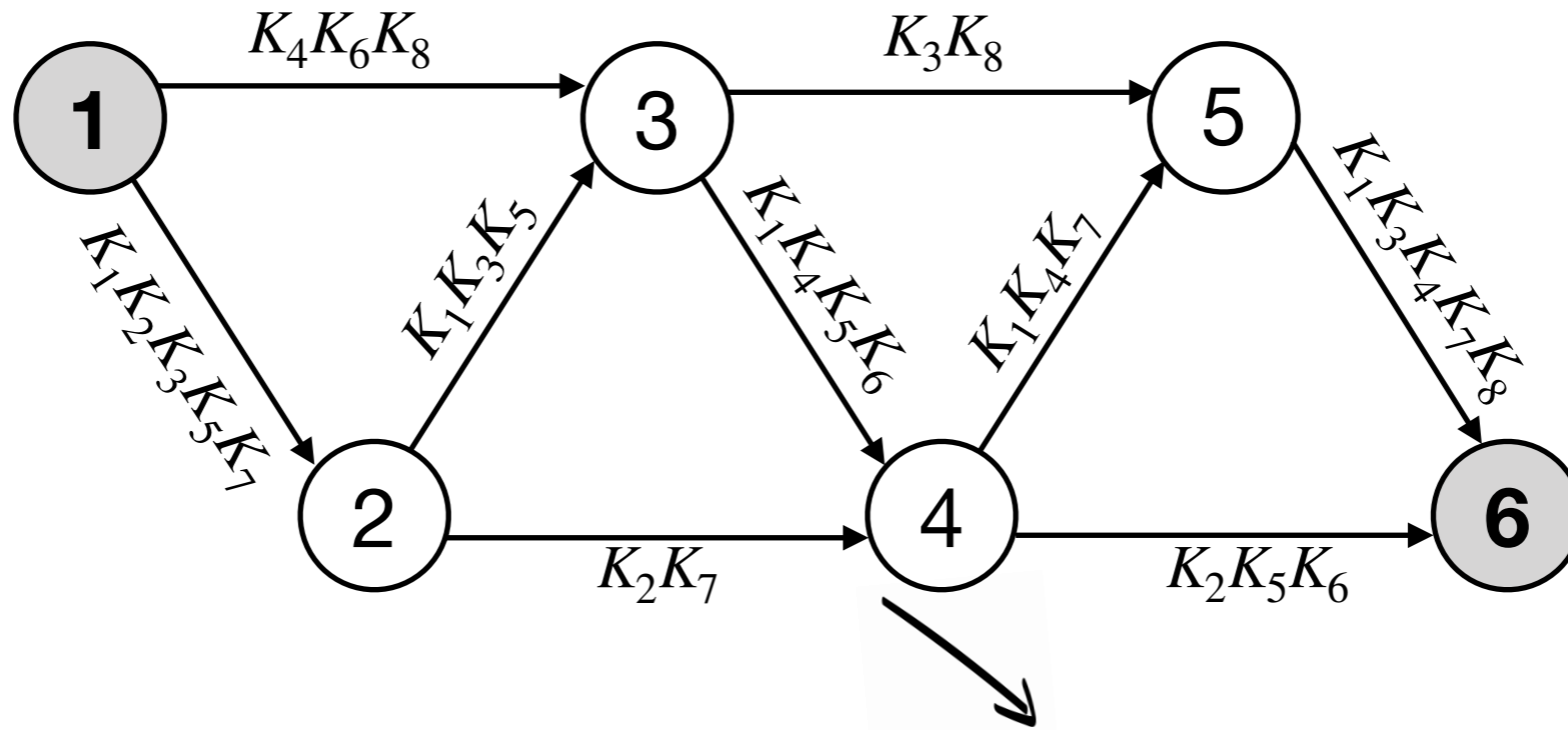
## 3. Ключевой транспорт

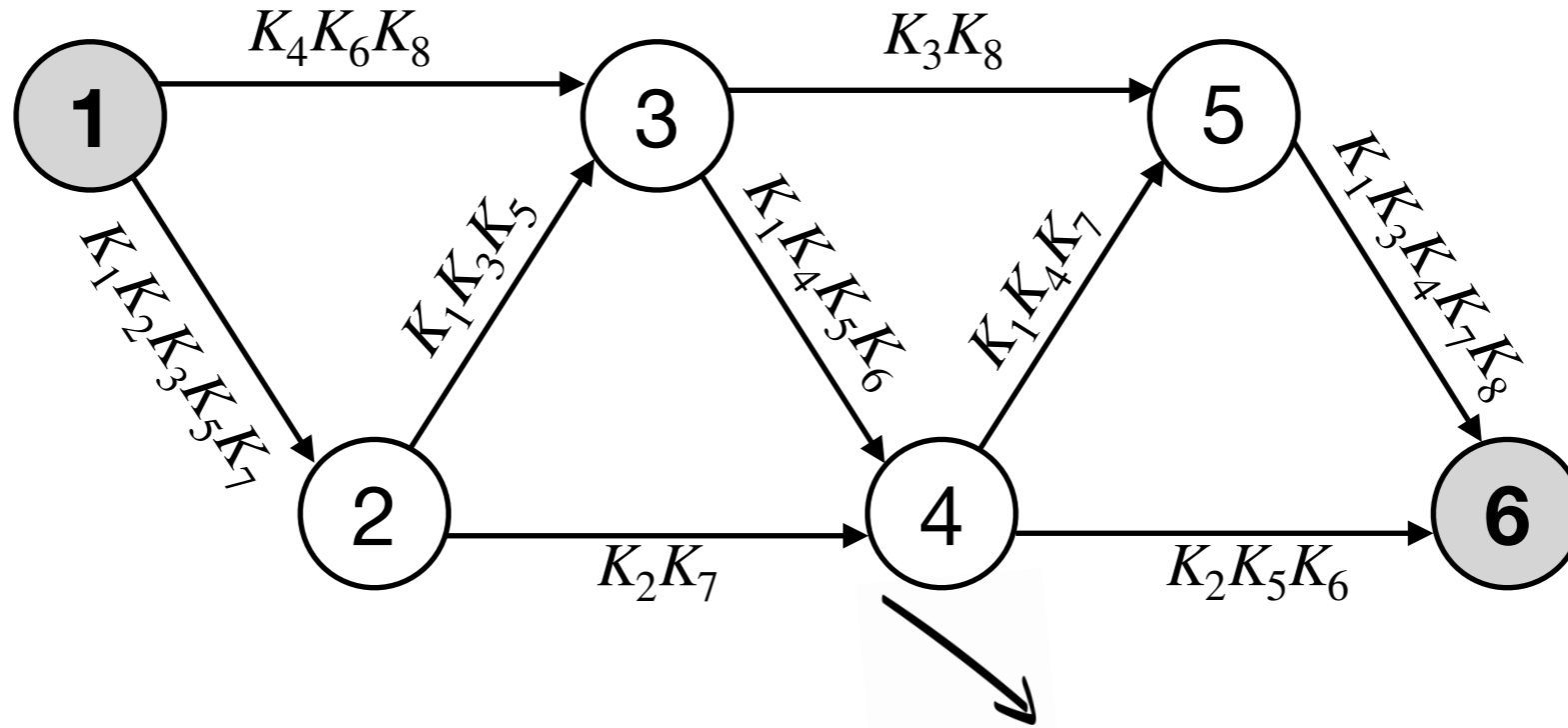


$$K_{16} = \bigoplus_{i=1}^8 K_i$$

# Ключевой транспорт







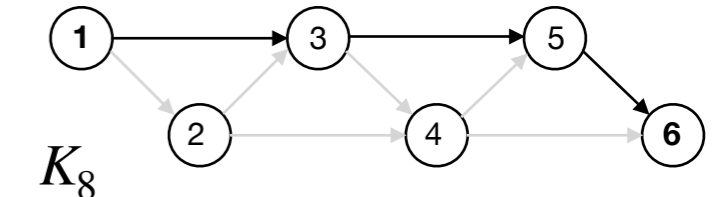
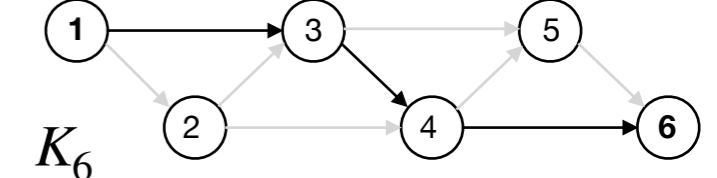
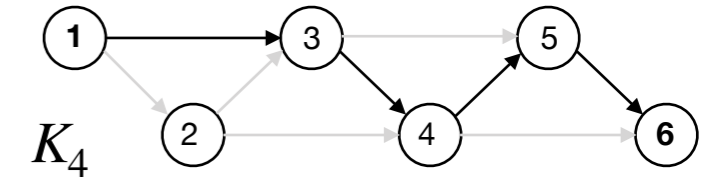
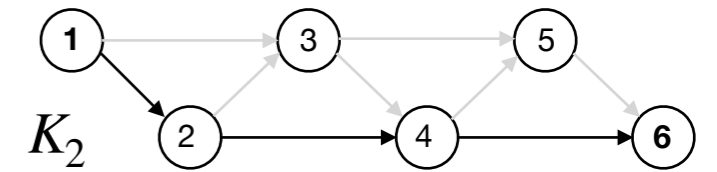
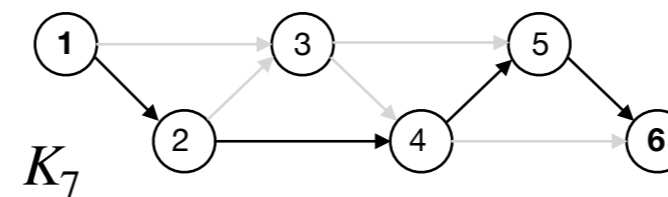
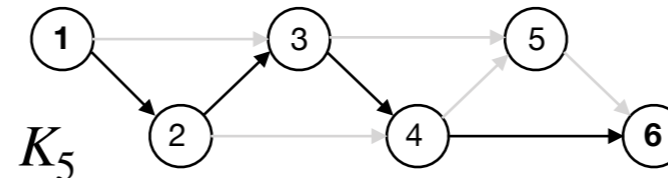
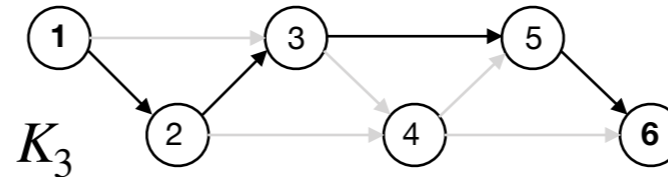
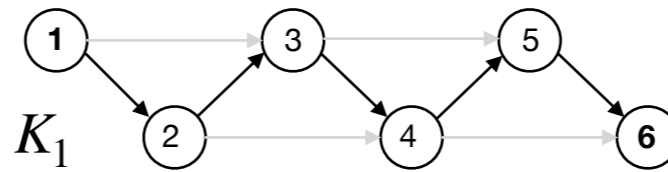
$$(K_1K_2K_3K_5K_7) \oplus k_{12} \quad (K_4K_6K_8) \oplus k_{13}$$

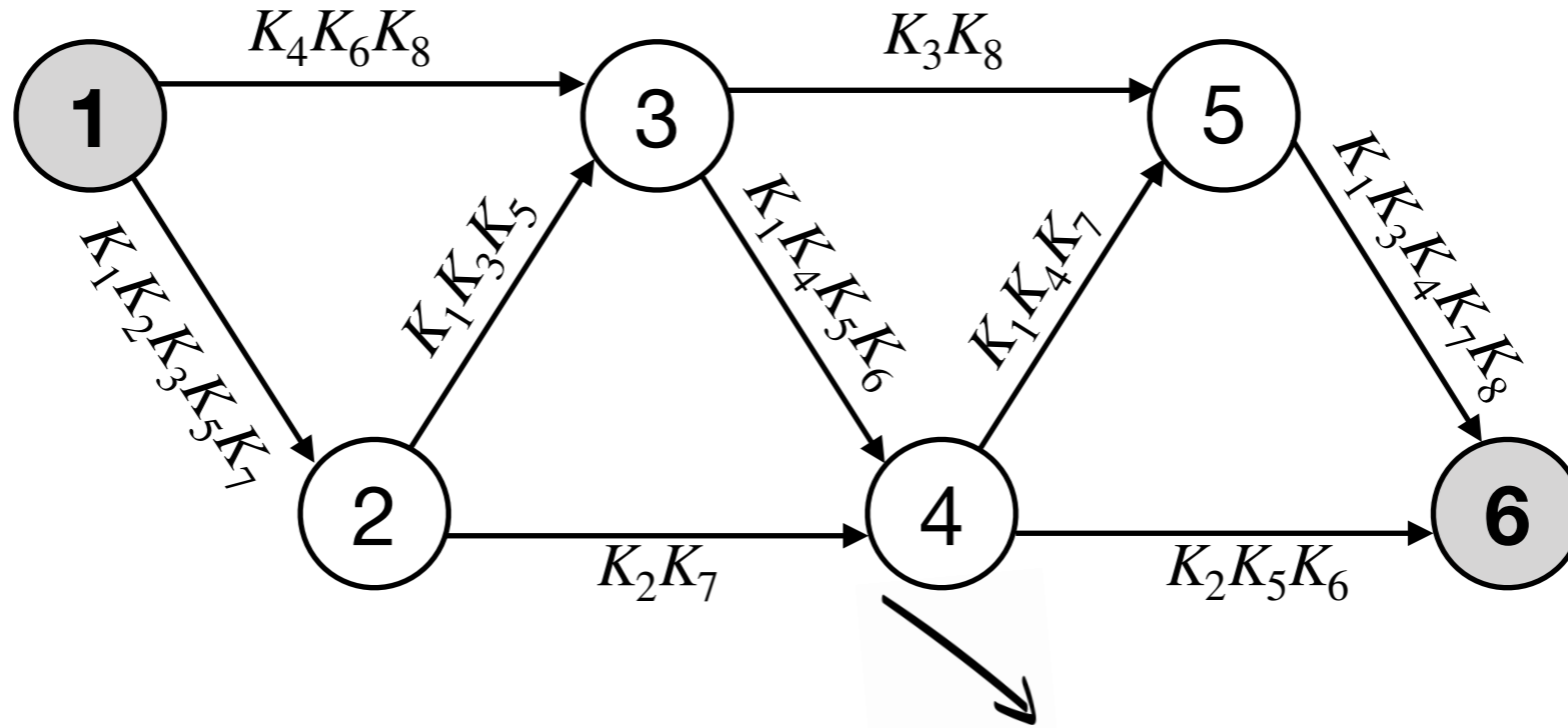
$$(K_1K_3K_5) \oplus k_{23} \quad (K_2K_7) \oplus k_{24}$$

$$(K_1K_4K_5K_6) \oplus k_{34} \quad (K_3K_8) \oplus k_{35}$$

$$(K_1K_4K_7) \oplus k_{45} \quad (K_2K_5K_6) \oplus k_{46}$$

$$(K_1K_3K_4K_7K_8) \oplus k_{56}$$





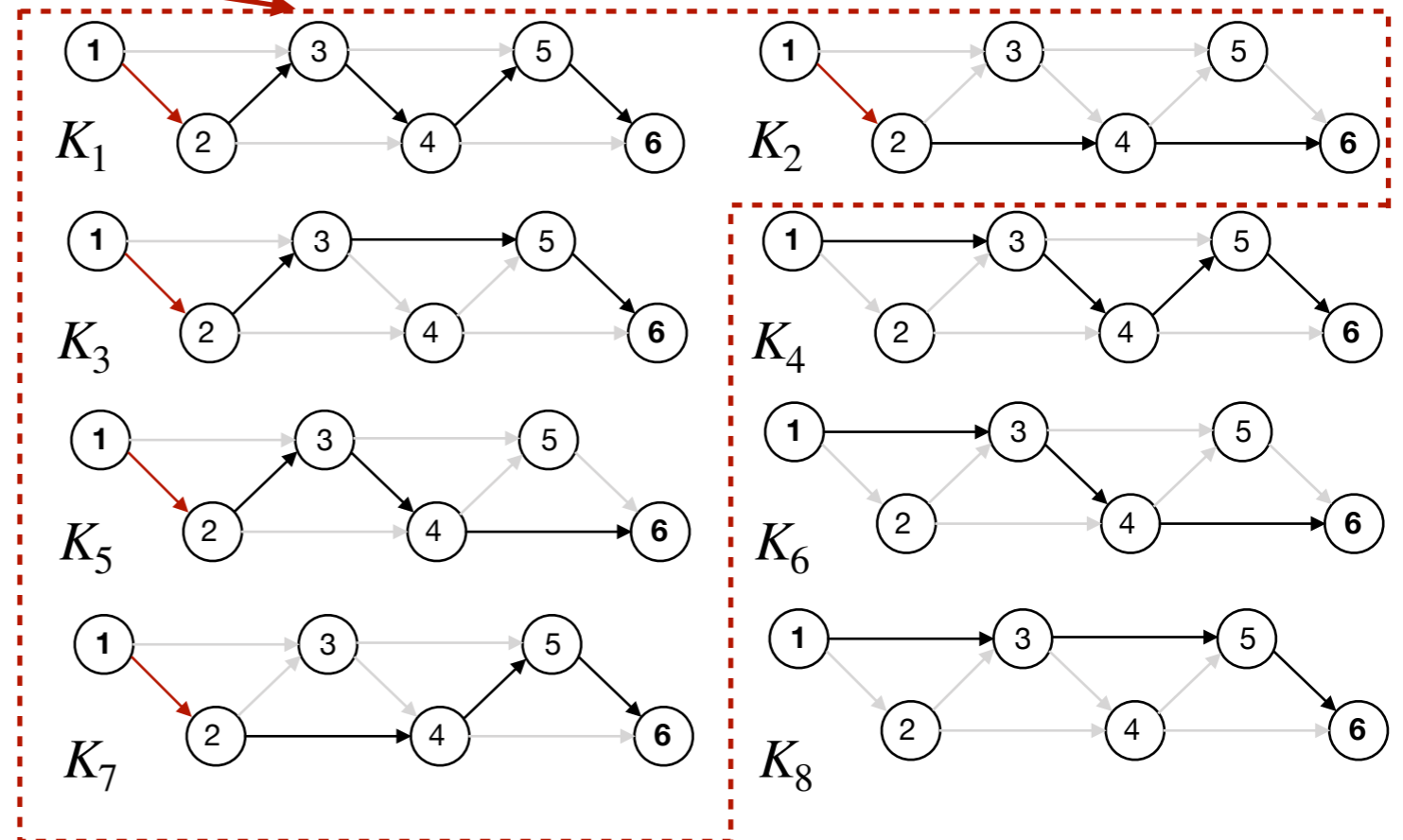
$$(K_1 K_2 K_3 K_5 K_7) \oplus k_{12} \quad (K_4 K_6 K_8) \oplus k_{13}$$

$$(K_1 K_3 K_5) \oplus k_{23} \quad (K_2 K_7) \oplus k_{24}$$

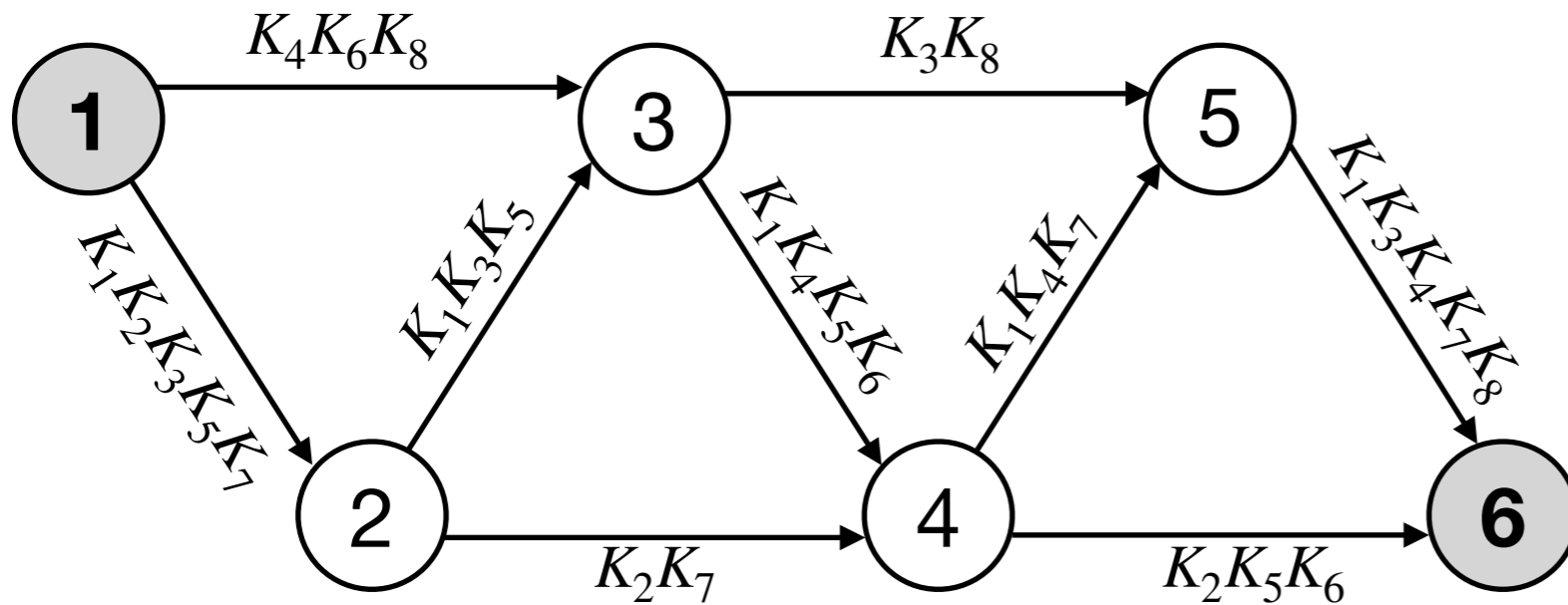
$$(K_1 K_4 K_5 K_6) \oplus k_{34} \quad (K_3 K_8) \oplus k_{35}$$

$$(K_1 K_4 K_7) \oplus k_{45} \quad (K_2 K_5 K_6) \oplus k_{46}$$

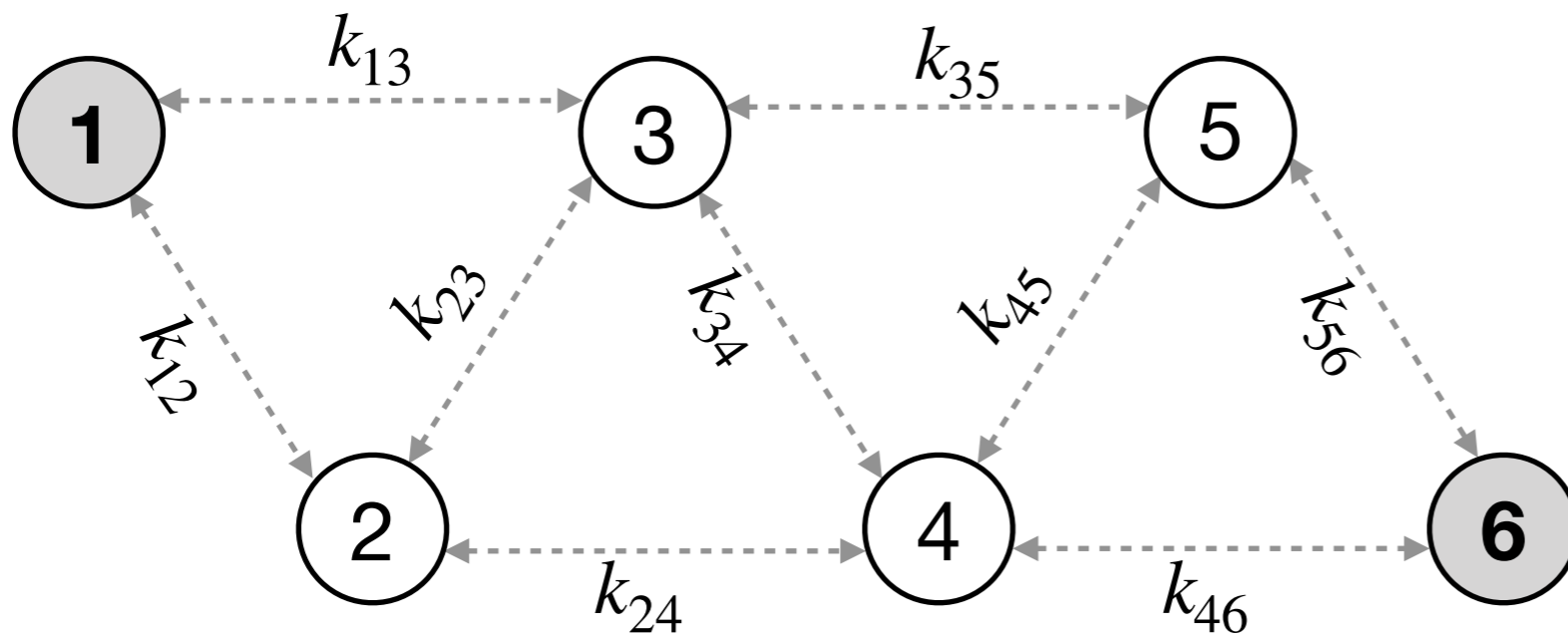
$$(K_1 K_3 K_4 K_7 K_8) \oplus k_{56}$$



$$\sum_i K_i \oplus k_{jk}$$

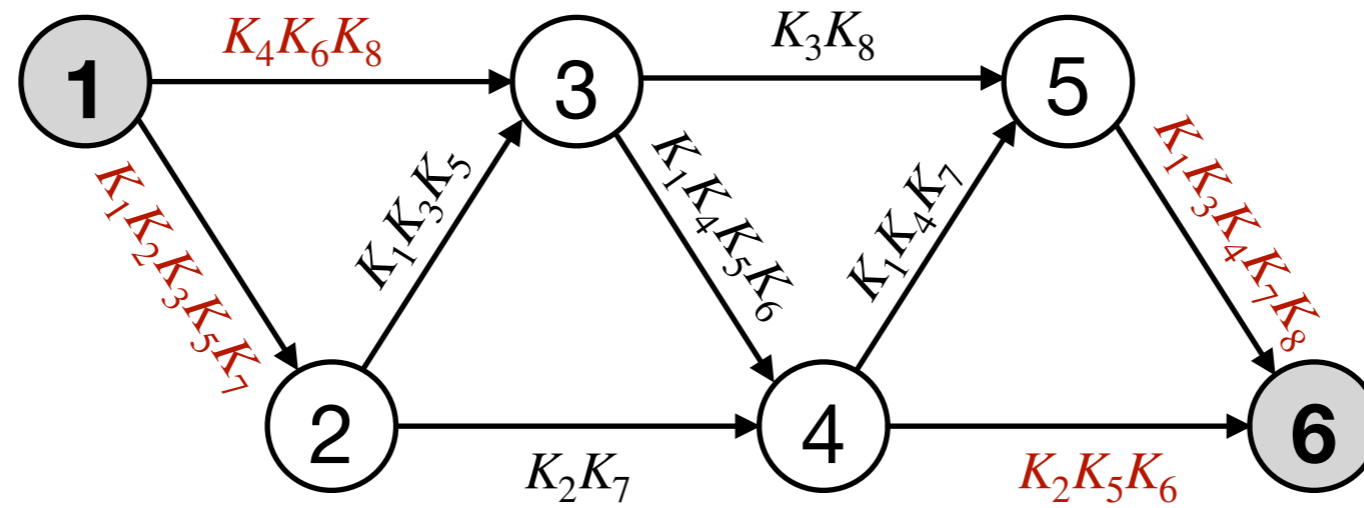


$$\sum_i K_i \oplus k_{jk}$$

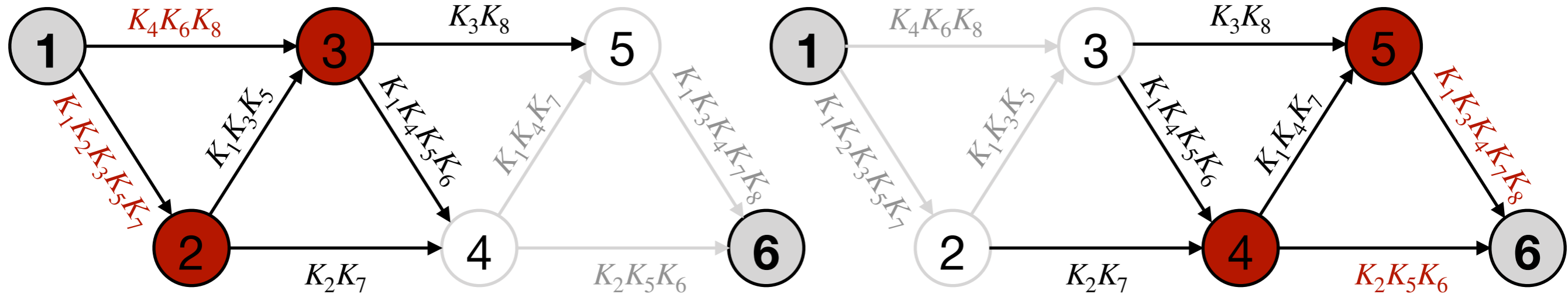
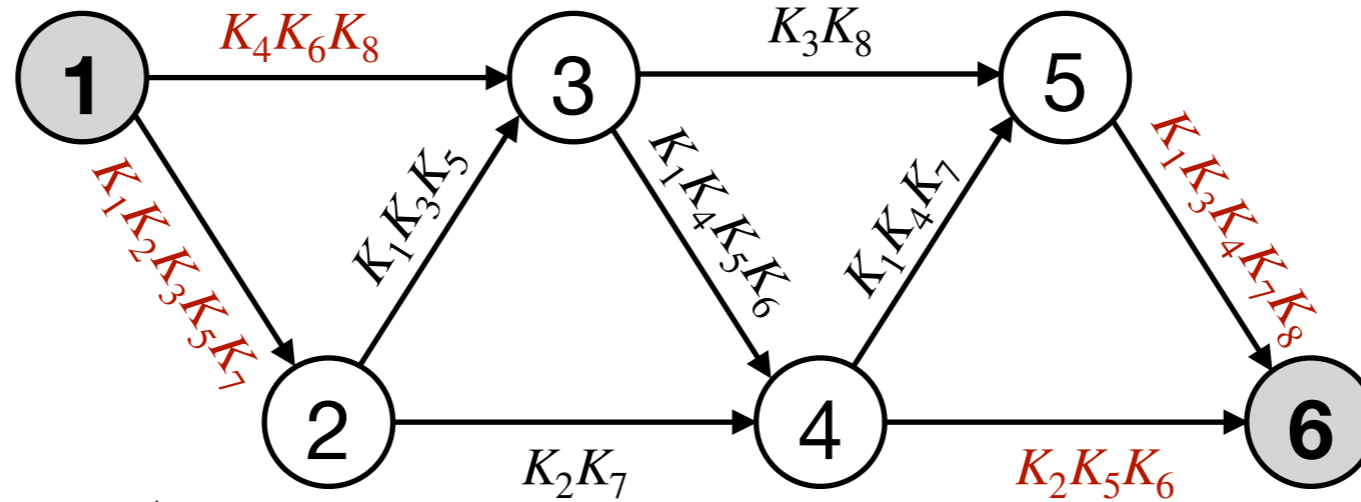




# Атака на аутентификацию

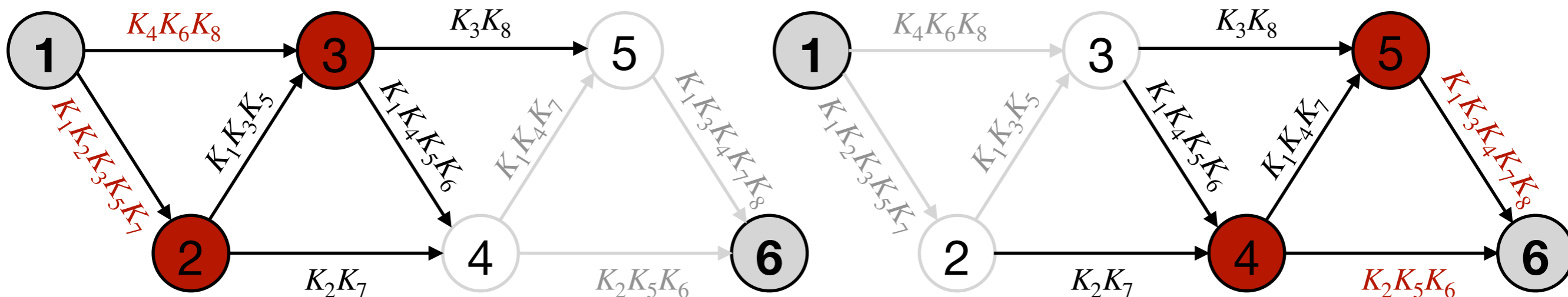
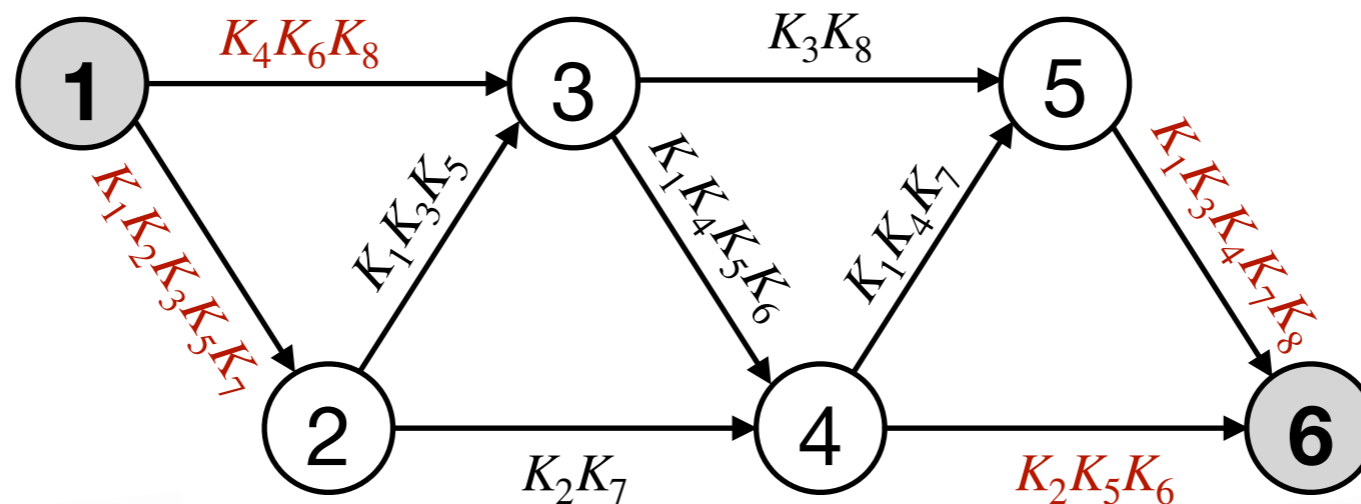


$N$  — число узлов в сети,  $s$  — число связей, выходящих из узла



$N$  — число узлов в сети,  $s$  — число связей, выходящих из узла

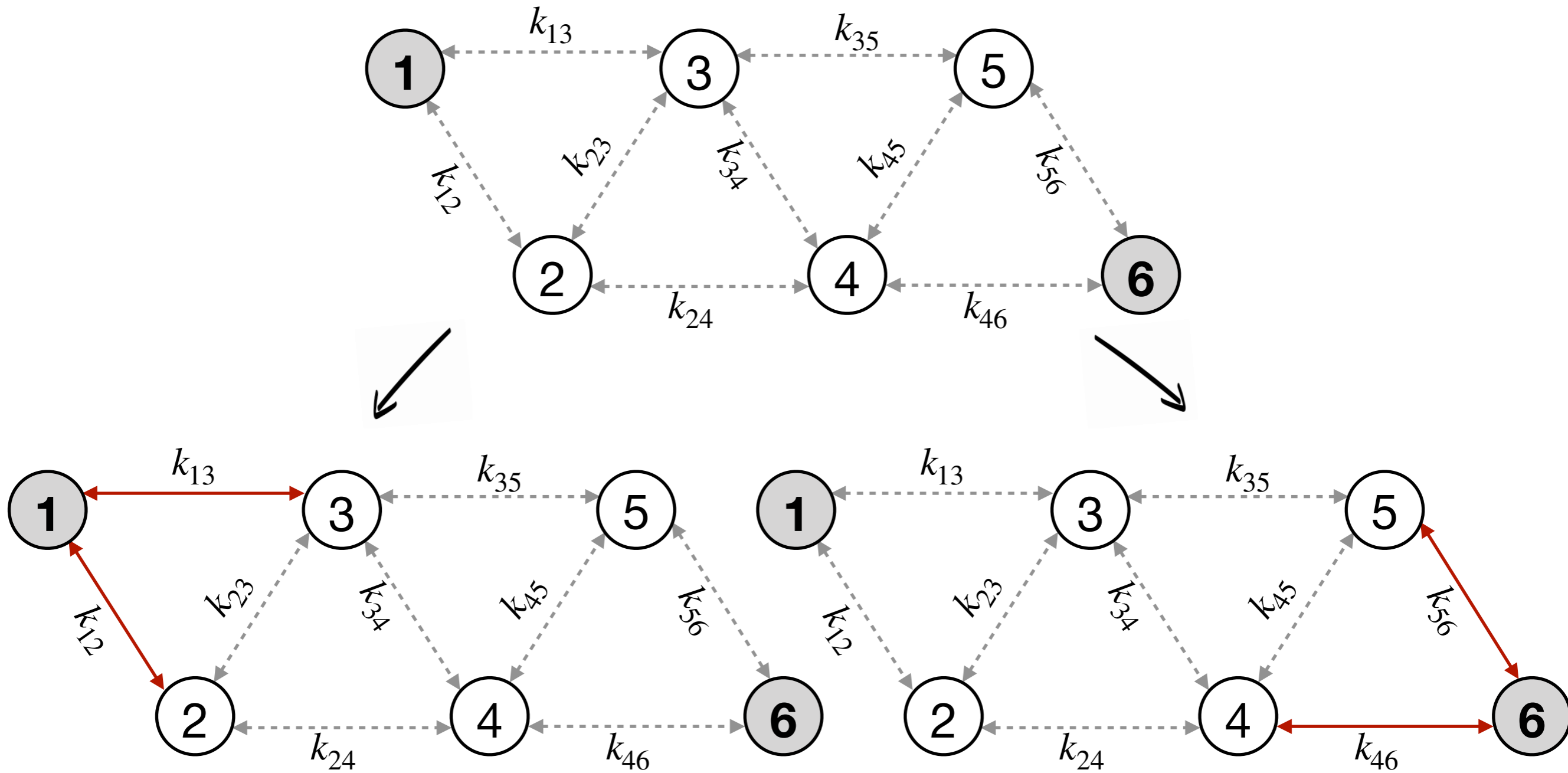
# Атака на аутентификацию



$$\varepsilon_1 \approx (N - c - 1)(\varepsilon_{auth})^c$$

$N$  — число узлов в сети,  $c$  — число связей, выходящих из узла

# Атака на аутентификацию



$$\varepsilon_2 \approx 2(\varepsilon_{qkd})^c$$

# Масштабирование атак на КРК

КРК «точка-точка»

$$\varepsilon_{auth}$$

$$\varepsilon_{qkd}$$

$$\varepsilon \approx \varepsilon_{qkd} + \varepsilon_{auth}$$

Сеть КРК с ключевым транспортом

$$\varepsilon_1 \approx (N - c - 1)(\varepsilon_{auth})^c$$

$$\varepsilon_2 \approx 2(\varepsilon_{qkd})^c$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{qn} &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \approx \\ &\approx (N - c - 1)(\varepsilon_{auth})^c + 2(\varepsilon_{qkd})^c \end{aligned}$$

# Сравнение аппроксимации и точного решения

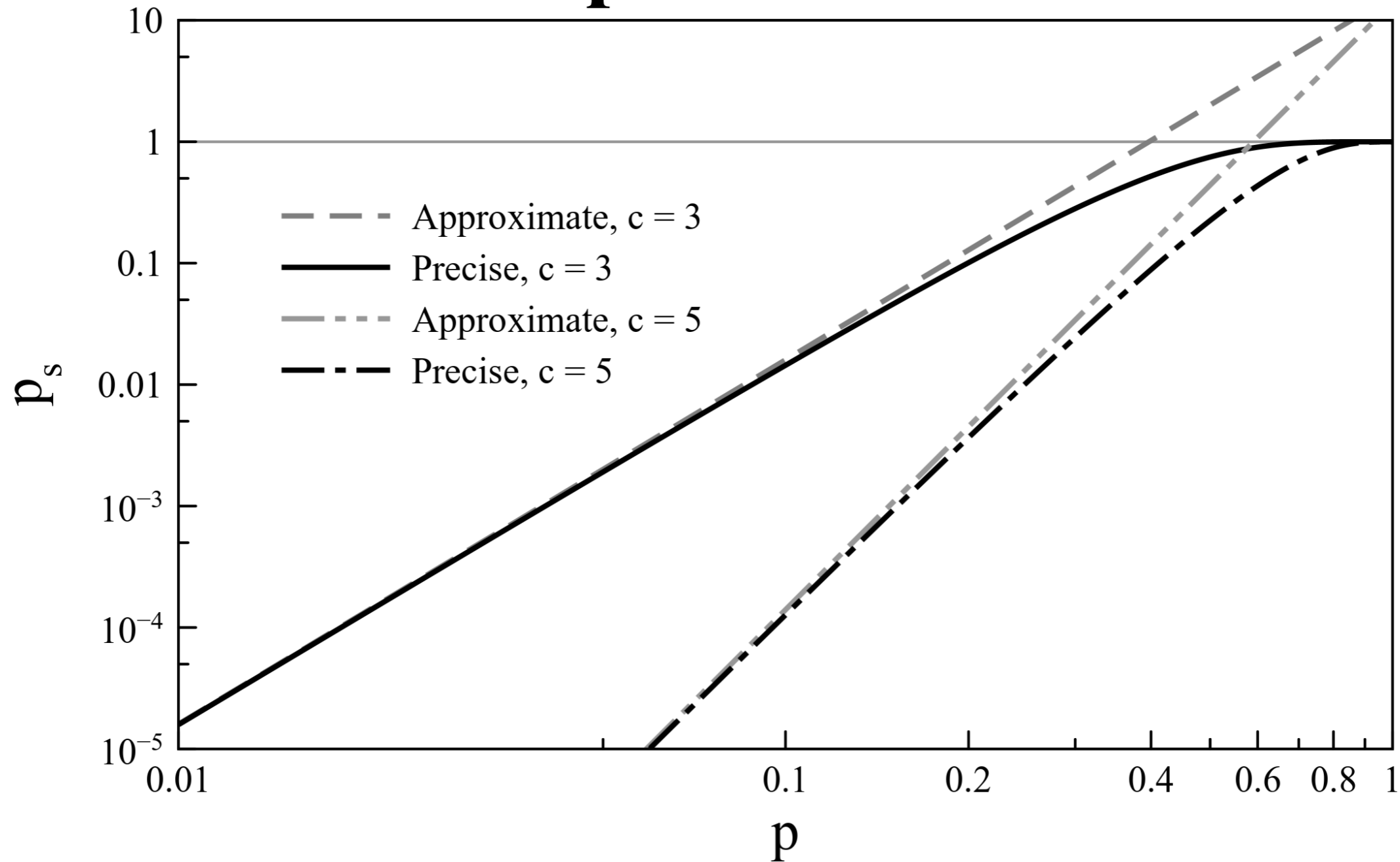


Рис. Зависимости вероятностей  $p_s$  успешной атаки на сегмент квантовой сети от средней вероятности  $p$  взять узел под контроль. Рассмотрены два случая:  $c = 3$  и  $c = 5$ ;  $N = 20$  в качестве примера.

**Спасибо за внимание!**

[avkozubov@itmo.ru](mailto:avkozubov@itmo.ru)

# Идеальное устройство формирования ключей

Идеальное устройство формирования ключей

$K_A$

$E$

$K_B$

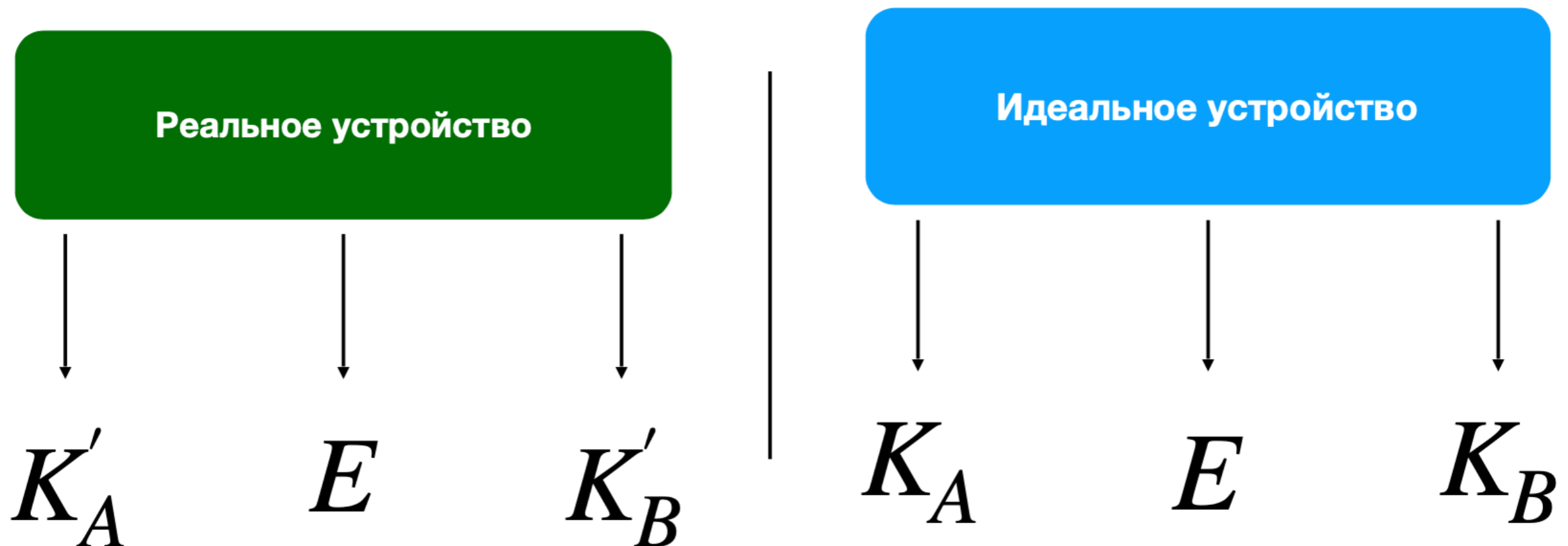
Условия к устройству:

- Корректность —  $K_A = K_B = K$ ,  $K$  — идеальный ключ
- Секретность -  $K$  равномерно распределен и некоррелирован с  $E$

$$H(K | E) = 1$$



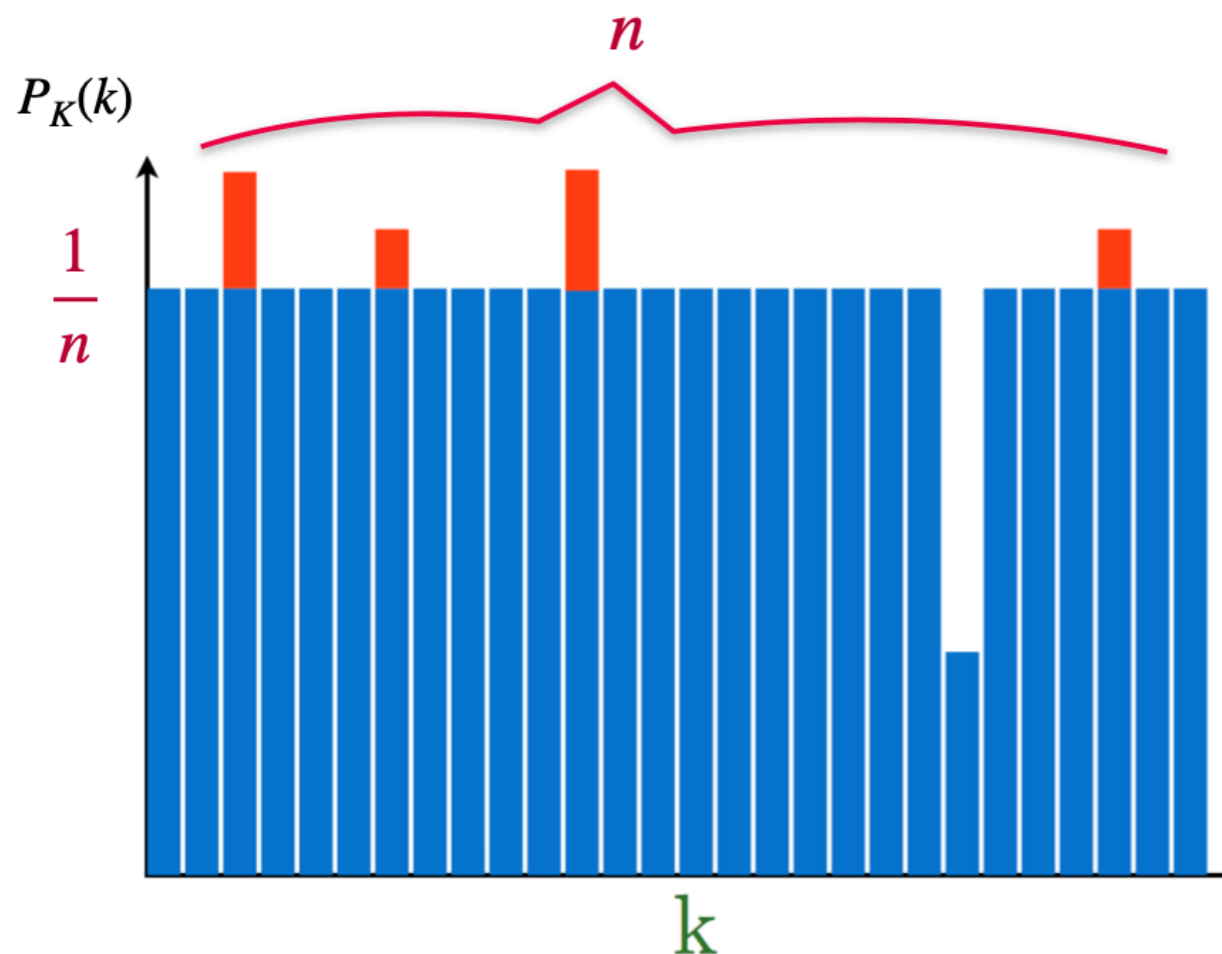
# Отличие реального устройства от идеального



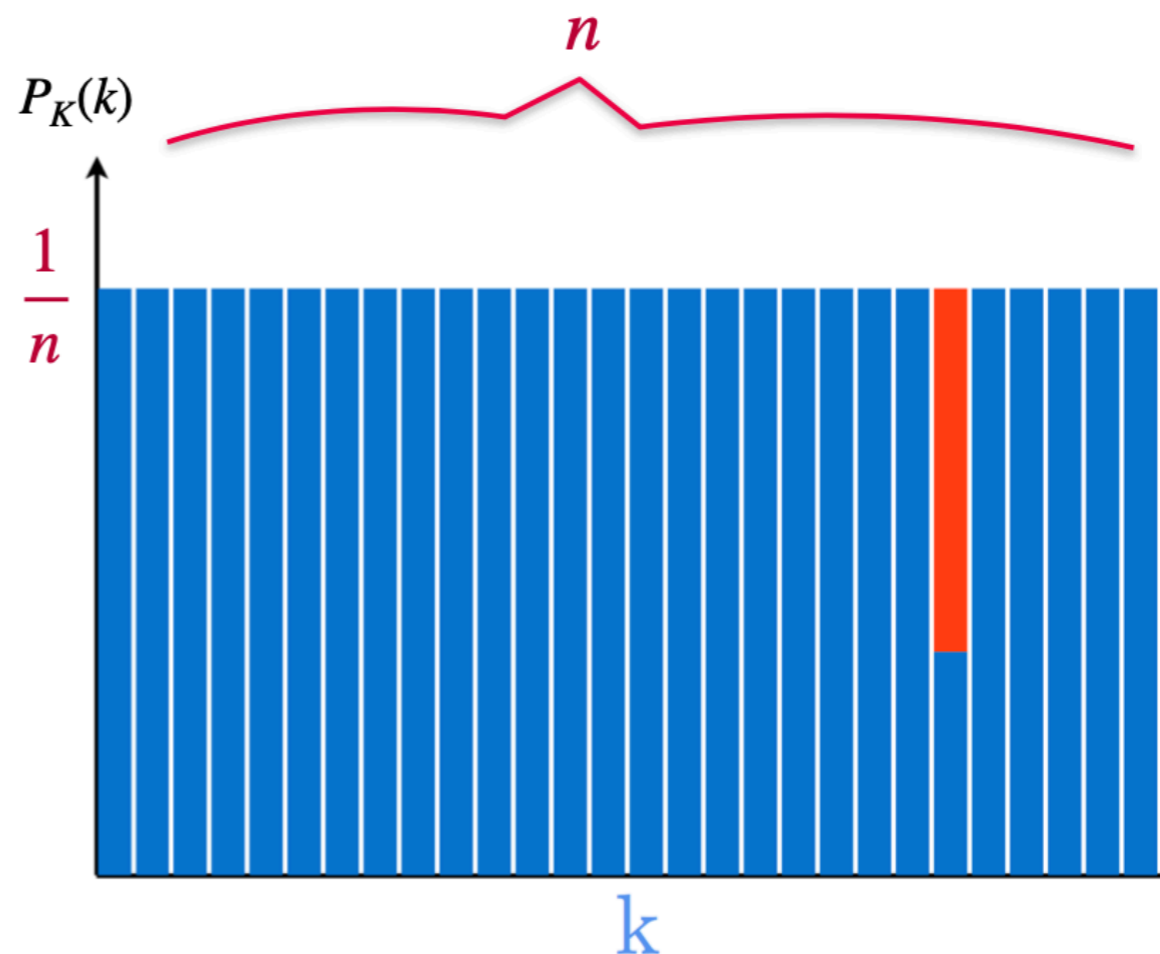
$$d = \|\rho_{K'E} - \omega_K \otimes \sigma_E\|_1 \leq \varepsilon$$

# Отличие множества реальных ключей от идеальных

множество реальных ключей



множество идеальных ключей



$\epsilon$  соответствует удельному весу красных областей  
Необходимо показать, что  $\mathcal{K} = \mathcal{K}$  за исключением красных областей, где  $\mathcal{K}$ ,  $\mathcal{K}$  - множества реальных и идеальных ключей соответственно. Это может быть сделано с помощью оценок, построенных на энтропиях Реньи

